

Travaux dirigés #3 : variables aléatoires continues ; la loi normale

Exercice 1

Soit F la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. À l'aide de la table, calculer $F(t)$ pour $t = 1,63$, $t = -0,75$, $t = -2,08$.

Exercice 2

Soit X une variable aléatoire de loi $\mathcal{N}(0, 1)$. Calculer :

- $\mathbb{P}(0 < X \leq 1,42)$
- $\mathbb{P}(-0,75 < X \leq 0)$
- $\mathbb{P}(X \geq 1,13)$
- $\mathbb{P}(-1,79 < X \leq -0,54)$

Exercice 3

Le poids moyen et l'écart-type correspondant à des étudiants hommes pratiquant le sport sont 74 et 12. Sachant que ce poids suit une loi normale, calculer « en valeurs centrées réduites » les poids 65, 74 et 86. On note cette fois les valeurs en « centrées réduites » des poids : -1 ; $0,5$; $1,25$. Donner les valeurs réelles.

Exercice 4

On s'intéresse au poids moyen d'un nouveau-né. On suppose que ce poids suit une loi normale de moyenne 3,1 et d'écart-type 0,5.

- Quelle est la probabilité qu'un nouveau-né pèse plus de 4~kg ?
- Quelle est la probabilité qu'il pèse moins de 3~kg ?
- Quelle est la probabilité que son poids soit compris entre 2,9~kg et 3,5~kg ?

Exercice 5

Une usine utilise une machine automatique pour remplir des flacons contenant un certain produit en poudre. Par suite de variations aléatoires dans le mécanisme, le poids de poudre par flacon est une v.a. de loi normale de moyenne m et d'écart-type 1,1 mg. Les flacons sont vendus comme contenant 100 mg de produit.

- La machine est réglée sur $m = 101,2$ mg. Quelle est la probabilité que le poids de produit dans un flacon soit inférieur au poids annoncé de 100 mg ?
- Sur quelle valeur de m faut-il régler la machine pour qu'au plus 4% des flacons aient un poids inférieur au poids annoncé de 100 mg ?

Exercice 6

On envisage de construire à l'entrée d'une caserne une guérite dans laquelle pourra s'abriter la sentinelle en cas d'intempéries. Les sentinelles sont des appelés dont la taille est approximativement distribuée selon une loi normale de moyenne 175cm et d'écart-type 7cm. A quelle hauteur minimale doit se trouver le toit de la guérite pour qu'au moins 95 % des sentinelles puissent s'y tenir debout ?

Exercice 7

On a étudié la glycémie d'une population d'individus présentant certaines caractéristiques précises ; on a obtenu les résultats suivants : 20 % des glycémies sont inférieures à 0,82 g/l et 30 % des glycémies sont supérieures à 0,98 g/l. Si on suppose que la glycémie des individus présentant ces caractéristiques suit une loi normale, déterminer la moyenne et l'écart-type de cette loi.

Table de la loi normale centrée réduite

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997